ERRATA CORRIGE "VOLUME EASY MATHS 2"

1) Pag.121 rigo 2: sostituire "$k \leq x$" con "$k \leq x - 1$".

2) Eliminare i tre esempi contenuti nelle pagine 123, 127, 128 e 129. Inoltre, mettere a pagina 127 (dopo la dimostrazione della Easy Maths Formula) i seguenti tre esempi:

Esempio 1. - Determinare le soluzioni reali della seguente equazione:

$$\frac{\dfrac{63}{x^2+23x+132}\begin{pmatrix} x+12 \\ 9 \end{pmatrix}}{\dfrac{7}{3(x+3)}\begin{pmatrix} x+9 \\ 8 \end{pmatrix}} = 3x. \tag{1}$$

Dalla *Easy Maths formula* **(EMF)** si ha che:

$$\begin{pmatrix} x+12 \\ 9 \end{pmatrix} = \frac{x+12}{9} \cdot \frac{x+11}{8} \cdot \frac{x+10}{7}\begin{pmatrix} x+9 \\ 6 \end{pmatrix},$$

e dalla *formula di ricorrenza generalizzata* si ottiene:

$$\begin{pmatrix} x+9 \\ 8 \end{pmatrix} = \frac{x+9-7}{8} \cdot \frac{x+9-6}{7}\begin{pmatrix} x+9 \\ 6 \end{pmatrix} = \frac{x+2}{8} \cdot \frac{x+3}{7}\begin{pmatrix} x+9 \\ 6 \end{pmatrix},$$

da cui, sostituendo nella (1) si ottiene:

$$\frac{\dfrac{63}{x^2+23x+132}\dfrac{x+12}{9} \cdot \dfrac{x+11}{8} \cdot \dfrac{x+10}{7}\begin{pmatrix} x+9 \\ 6 \end{pmatrix}}{\dfrac{7}{3(x+3)}\dfrac{x+2}{8} \cdot \dfrac{x+3}{7}\begin{pmatrix} x+9 \\ 6 \end{pmatrix}} = 3x, \tag{2}$$

dunque, essendo $x^2 + 23x + 132 = (x+12)(x+11)$, semplificando la

(2) si ha:

$$\frac{\frac{x+10}{8}}{\frac{x+2}{3\cdot 8}} = 3x,$$

cioè:

$$x+10 = 3x\,\frac{x+2}{3\cdot 8} \iff x+10 = x^2+2x \iff x^2+x-10=0,$$

le soluzioni di quest'ultima equazioni sono:

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{41}}{2}, \quad x_2 = \frac{-1+\sqrt{41}}{2}.$$

Osserviamo che il coefficiente binomiale $\begin{pmatrix} x+12 \\ 9 \end{pmatrix}$ è definito per $x+12 \geq 9$, cioè per $x \geq -3$ e il coefficiente binomiale $\begin{pmatrix} x+9 \\ 8 \end{pmatrix}$ è definito per $x+9 \geq 8$, cioè per $x \geq -1$; quindi, entrambi i coefficienti binomiali sono definiti per $x \geq -1$.

Conseguentemente, solo x_2 è soluzione della (1).

Esempio 2. - Determinare le soluzioni reali della seguente equazione:

$$-9\begin{pmatrix} x+1 \\ 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x+1 \\ 6 \end{pmatrix} + 144\begin{pmatrix} x+3 \\ 9 \end{pmatrix} + \frac{360x\begin{pmatrix} x+4 \\ 10 \end{pmatrix}}{x^2+6x+8} =$$

$$= 12\begin{pmatrix} x+2 \\ 8 \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} x+1 \\ 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x+2 \\ 7 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Si vede facilmente che, affinché tutti i coefficienti binomiali che compaiono nella (3) siano definiti, deve risultare $x \geq 7$.

Utilizzando la *Easy Maths formula,* la *formula di ricorrenza* e la *formula di Pascal,* iniziamo a scrivere in altro modo i seguenti coefficienti binomiali:

$$\binom{x+3}{9}, \binom{x+4}{10}, \binom{x+2}{8}, \binom{x+1}{8}, \binom{x+2}{7}.$$

(a) Applicando la *Easy Maths formula* (**EMF**) si ottiene che:

$$\binom{x+3}{9} = \frac{(x+3)(x+2)}{9 \cdot 8}\binom{x+1}{7} = \frac{x^2+5x+6}{72}\binom{x+1}{7};$$

$$\binom{x+4}{10} = \frac{(x+4)(x+3)(x+2)}{10 \cdot 9 \cdot 8}\binom{x+1}{7} =$$

$$= \frac{(x^2+6x+8)(x+3)}{720}\binom{x+1}{7};$$

$$\binom{x+2}{8} = \frac{x+2}{8}\binom{x+1}{7};$$

(b) dalla *formula di ricorrenza* segue che:

$$\binom{x+1}{8} = \frac{x+1-7}{8}\binom{x+1}{7} = \frac{x-6}{8}\binom{x+1}{7};$$

(c) applicando la *formula di Pascal* si ha che:

$$\binom{x+2}{7} = \binom{x+1}{7} + \binom{x+1}{6}.$$

Ora, sostituendo nell'equazione (3) quanto ottenuto in 1,2 e 3, si ha:

$$
\begin{aligned}
&-9\binom{x+1}{7}+\binom{x+1}{6}+144\ \frac{x^2+5x+6}{72}\binom{x+1}{7}+\\
&+\frac{360\ x}{x^2+6x+8}\frac{(x^2+6x+8)(x+3)}{720}\binom{x+1}{7}=\\
&=12\ \frac{x+2}{8}\binom{x+1}{7}+4\ \frac{x-6}{8}\binom{x+1}{7}+\\
&+\binom{x+1}{7}+\binom{x+1}{6},
\end{aligned}
\tag{4}
$$

da cui, eliminando il termine $\binom{x+1}{6}$ dal primo e dal secondo membro della (4) si ottiene:

$$
\begin{aligned}
&-9\binom{x+1}{7}+144\ \frac{x^2+5x+6}{72}\binom{x+1}{7}+\\
&+\frac{360\ x}{x^2+6x+8}\frac{(x^2+6x+8)(x+3)}{720}\binom{x+1}{7}=\\
&=12\ \frac{x+2}{8}\binom{x+1}{7}+4\ \frac{x-6}{8}\binom{x+1}{7}+\binom{x+1}{7},
\end{aligned}
\tag{5}
$$

a questo punto, eliminando dal primo e dal secondo membro della (5) il termine comune $\binom{x+1}{7}$, si ottiene:

$$
\begin{aligned}
&-9+144\ \frac{x^2+5x+6}{72}+\frac{360\ x}{x^2+6x+8}\ \frac{(x^2+6x+8)(x+3)}{720}=\\
&=12\ \frac{x+2}{8}+4\ \frac{x-6}{8}+1,
\end{aligned}
\tag{6}
$$

quindi, semplificando e calcolando il m.c.m., si ha:

$$-18+4x^2+20x+24+x(x+3)=3x+4+x-6+2, \qquad (7)$$

cioè:

$$-18+4x^2+20x+24+x^2+3x=3x+6+x-6+2,$$

dunque:

$$5x^2+19x+4=0$$

essendo $\Delta = 361-80=281>0$ l'equazione (3) ha due soluzioni reali:

$$x_1=\frac{-19-\sqrt{281}}{10} \qquad \text{e} \qquad x_2=\frac{-19+\sqrt{281}}{10},$$

si noti che, sia x_1 che x_2 sono minori di 7, quindi la (3) non ha soluzioni.

Esempio 3. - Vedere per quali valori del parametro c la seguente equazione ammette soluzioni reali:

$$\frac{24\begin{pmatrix} x+12 \\ 6 \end{pmatrix}}{x^2+23x+132}+\frac{168\begin{pmatrix} x+8 \\ 7 \end{pmatrix}}{x^2+7x+10}+c\begin{pmatrix} x+8 \\ 3 \end{pmatrix}=0\ . \qquad (8)$$

Si vede facilmente che, affinché tutti i coefficienti binomiali che compaiono nella (8) siano definiti, deve risultare $x \geq -1$.

Dalla *Easy Maths formula* **(EMF)** si ha che:

$$\begin{pmatrix} x+12 \\ 9 \end{pmatrix}=\frac{x+12}{6}\cdot\frac{x+11}{5}\cdot\frac{x+10}{4}\begin{pmatrix} x+9 \\ 3 \end{pmatrix},$$

e dalla *formula di ricorrenza generalizzata* si ottiene:

$$\begin{pmatrix} x+8 \\ 7 \end{pmatrix}=\frac{x+8-6}{7}\cdot\frac{x+8-5}{6}\,\frac{x+8-4}{5}\,\frac{x+8-3}{4}\begin{pmatrix} x+8 \\ 3 \end{pmatrix}=$$
$$=\frac{x+2}{7}\cdot\frac{x+3}{6}\,\frac{x+4}{5}\,\frac{x+5}{4}\begin{pmatrix} x+8 \\ 3 \end{pmatrix},$$

ora, osservato che $x^2+23x+132=(x+12)(x+11)$ e che $x^2+7x+10=(x+2)(x+5)$, sostituendo le espressioni di $\binom{x+12}{9}$ e di $\binom{x+8}{7}$ nella (8), dopo aver semplificato si ottiene la seguente equazione:

$$\begin{aligned}&\frac{x+10}{5}+\frac{(x+3)(x+4)}{5}+c=0 \iff \\ &x+10+x^2+7x+12+5c=0 \iff x^2+8x+22+5c=0.\end{aligned} \tag{9}$$

Osserviamo che le soluzioni della (9) sono date da:

$$x_{1,2}=\frac{-8\pm\sqrt{64-4(22+5c)}}{2}=\frac{-8\pm\sqrt{4(16-22-5c)}}{2}=$$

$$=-4\ \pm\sqrt{16-22-5c}=-4\ \pm\sqrt{-6-5c}\ .$$

Ricordiamo che affinché tutti i coefficienti binomiali che compaiono nella (8) siano definiti, deve risultare $x\geq -1$, abbiamo che $x_1=-4-\sqrt{-6-5c}$, qualunque sia c non può essere soluzione della (8), invece:

$$x_2=-4+\sqrt{-6-5c}$$

è soluzione quando:

$$-4+\sqrt{-6-5c}\geq -1 \iff \sqrt{-6-5c}\geq 3 \iff -6-5c\geq 9$$

$$\iff -5c\geq 9+6 \iff -5c\geq 15 \iff c\leq -3\ .$$

Concludendo, l'equazione (8) ha soluzione:

$$x=-4+\sqrt{-6-5c},\quad \forall c\in]-\infty,-3].$$

3) Pag. 60 rinominare il Capitolo 3 come segue:

Equazioni e disequazioni di grado superiore al primo